OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

22 februarie 2015

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I (7 p)

a) Dacă x și y sunt numere raționale cu proprietatea că $x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=0$, demonstrați că x = y = 0.

b) Determinați toate perechile de numere raționale (a, b) care verifică egalitatea $\sqrt{2(a+1)^2}-2\sqrt{2}=|b+1|\sqrt{3}-\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right|$.

SUBIECTUL II (7 p)

a) Demonstrați că $\frac{k}{n(n+k)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}, \forall n,k\in\mathbb{N}$.

b) Se dau numerele :

$$a=\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{3}{5\cdot 8}+\frac{4}{8\cdot 12}+\frac{5}{12\cdot 17}+\frac{6}{17\cdot 23}+\frac{7}{23\cdot 30}$$

și b=3+8+13+…+10018. Calculați partea întreagă a numărului $\sqrt{15\cdot a+\frac{b}{1002}}$.

SUBIECTUL III (7 p)

Fie ABC un triunghi oarecare, iar M și D mijloacele segmentelor [AB], respectiv [BC]. Dacă E∈(AD) astfel încât AD=4·ED, iar {N}=ME∩BC, să se demonstreze că:

a) [ME] ≡ [EN];

b) [DN] ≡ [NC].

(Gazeta Matematica nr. 1/2014)

SUBIECTUL IV (7 p)

În pătratul ABCD de latură 5 cm, se consideră punctele E ∈ (BC), F ∈ (CD) astfel încât m(∢EAF)=45^0. Dacă aria triunghiului CEF este de 3 cm^2, calculați aria triunghiului AEF.

Notă:

- Timp de lucru : **3 ore**.